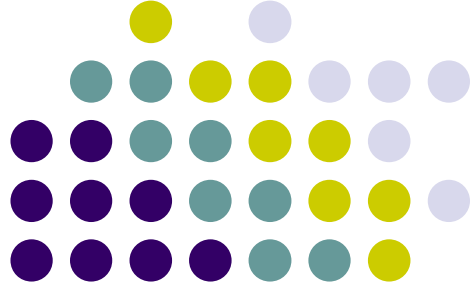


Numerikus integrál (Kvadrátúra)

A fizika numerikus módszerei I.
mf1n1a06- mf1n2a06
Csabai István



Integrálás



$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

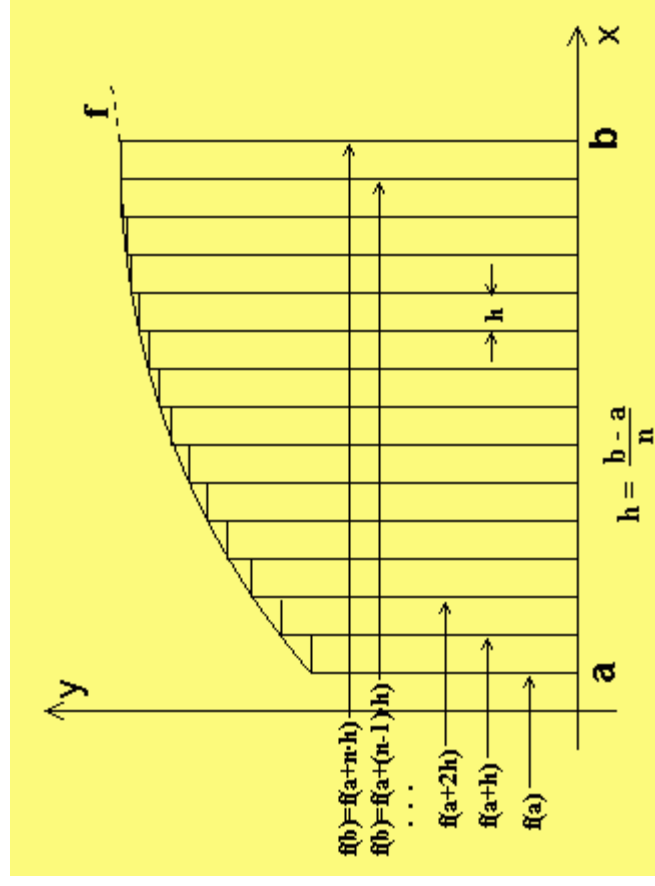
- „Mi integrálni nem tudunk ...”
 - Analitikusan deriválni könnyű, integrálni nehéz
- A számítógépnek viszont könnyű integrálni

$$\int_a^b f(x) dx \approx Q_n(f) = \sum_{i=1}^n w_i f(x_i)$$

- Pl. téglány összeg:

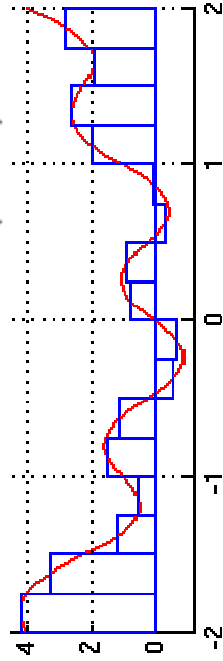
$$x_i = i \cdot h$$

$$w_i = h$$

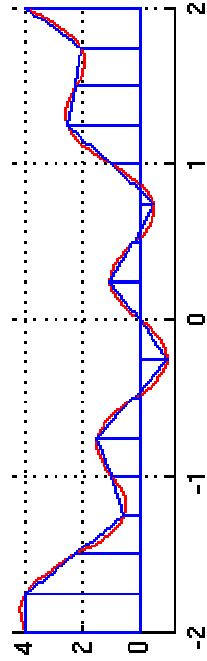




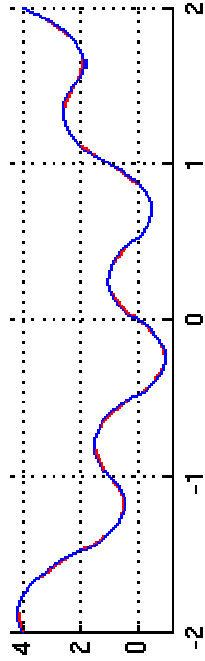
$$\int_a^b f(x) dx \approx (b-a) f\left(\frac{a+b}{2}\right).$$



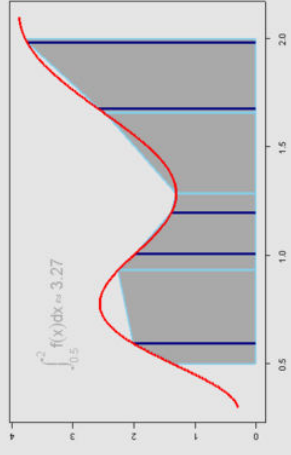
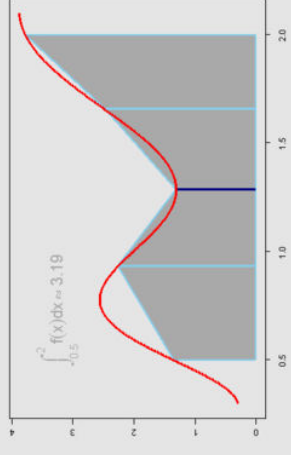
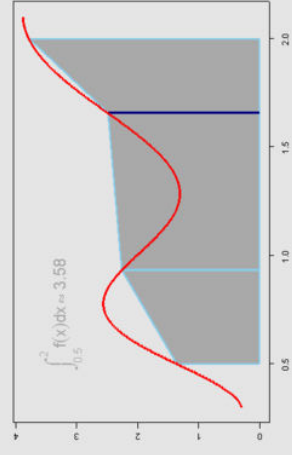
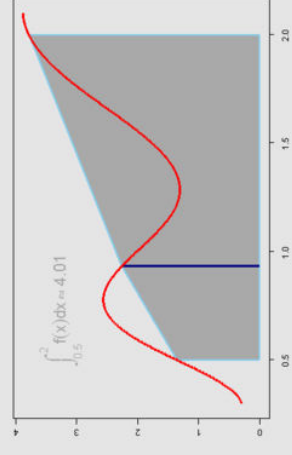
$$\int_a^b f(x) dx \approx (b-a) \frac{f(a) + f(b)}{2}.$$



$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{6} \left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right]$$



Numerische Integration mit Monte Carlo (Trapezmethode)



Newton-Cotes formulák: fix intervallumok

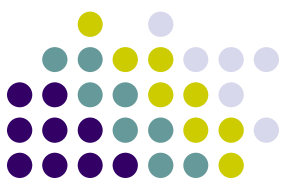
Gauss formulák: osztópontok optimális kiosztása



Integrálás octave-al

$$v = \int_b^a f(x)dx$$

- `[v, ier, nfun, err] = quad (f, b, a, tol, sing)`
 - `f` : skálár változó skálár függvénye
 - `a, b` : integrálási határok
 - `tol` \equiv `[abs_tol, rel_tol]` : abszolút és relatív hiba
 - `sing` : (vektor) esetleges szingularitások helye
 - `v` : eredmény
 - `ier` : hibaüzenet, 0=siker
 - `nfun` : függvénykiértékelések száma
 - `err` : az eredmény pontosságának becsült értéke
- `quad_options (opt, val)`
 - `opt`: "absolute tolerance", "relative tolerance"
 - Argumentum nélkül kiírja az aktuális beállítást

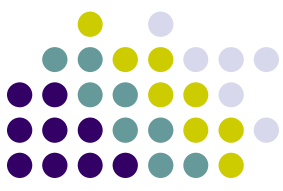


Példa

$$\int_0^3 x \cdot \sin(1/x) \cdot \text{sqrt}(\text{abs}(1-x)) dx$$

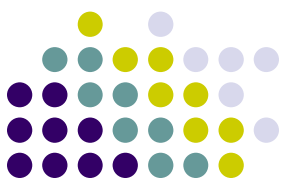
```
function y = f (x)
    y = x .* sin (1 ./ x) .* sqrt (abs (1 - x));
end

octave:##> [v, ier, nfun, err] = quad ("f", 0, 3)
1.9819
1      (mert f(0) nem értelmezhető)
5061
1.1522e-07
```



Szingularitás

```
octave:##> function y = f (x)
    y=1./x;
end
octave:##> [v, ier, nfun, err] =
    quad ("f", -1, 1, 1e-7)
warning: in f near line 2, column 2:
warning: division by zero
panic: Segmentation fault -- stopping myself...
attempting to save variables to `octave-core'...
save to `octave-core' complete
Segmentation fault
```

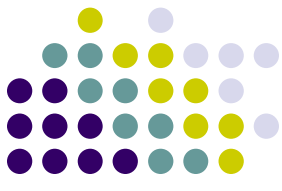


Szingularitás kezelése

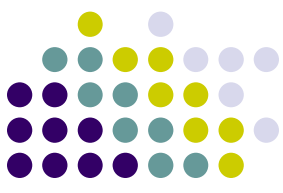
```
octave:##> function y = f (x)
    y=1./x;
end
octave:##> [v, ier, nfun, err] =
    quad ("f", -1, 1, 1e-7, 0)

v = 0
ier = 0
nfun = 210
err = 0
```

Szingularitás kezelése: tartomány felvágása



```
octave:##> [v, ier, nfun, err] = quad ("f", 0, 1)
ABNORMAL RETURN FROM DQAGP
v = 90.890
ier = 1
nfun = 5061
err = 9.3506
octave:##> [v, ier, nfun, err] = quad ("f", -1, 0)
ABNORMAL RETURN FROM DQAGP
v = -90.890
ier = 1
nfun = 5061
err = 9.3506
```

Egyszerű animáció

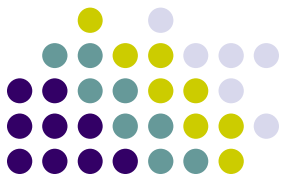
(Motiváció:

PHUN: <http://www.youtube.com/watch?v=0H5g9VS0ENM>

Crayon physics: <http://kloonigames.com/crayon/>)

```
b=[0,0;10,0;10,10;0,10;0,0]
s=[0, 0; 0.2, 1; 0, 1.9; 0.7, 1; 0.4, 0; 0, 0 ];
r=[0.4, 0.9; 0.5, 0.9; 0.5, 1.0; 0.4, 1.0; 0.4, 0.9 ];

for k=1:90
    plot(b(:,1),b(:,2),
         s(:,1)+k/10,s(:,2)+k*(90-k)/250,
         r(:,1)+k/10,r(:,2)+k*(90-k)/250);
end
```



Forgatás

```
b=[-5,-5;-5,5;5,5;5,-5;-5,-5]
s=[-2,-2;-2,2;2,2;-2,-2]
a=0.1;

rot=[cos(a),-sin(a);sin(a),cos(a)];

for k=1:200
    plot(b(:,1),b(:,2),s(:,1),s(:,2));
        s=(rot*s)';
end
```



Gyakorlat

- Kötelező olvasandó gyakorlatig:
 - Octave manual 23. fejezet
- Ajánlott:
 - Stoyan G. MATLAB könyv 87-90. old.
- Feladatok: weben
- A „diary” fájl-t kell elküldeni e-mailben a fizNum1 **kukac gmail pont com** címre