

# A lineáris erőtvény vizsgálata és a rugóállandó meghatározása

Sáray István

Spirálrugók esetében az  $x$  megnyúlás és a rugóra alkalmazott  $F$  terhelés között feltehetően lineáris kapcsolat áll fenn:

$$F = Dx$$

Feladatunk ezen összefüggés kísérleti ellenőrzése, és a  $D$  arányossági tényező meghatározása.

A vizsgálandó rugót egyik végével felakasztjuk a mérőállvány horgára, a másik végére pedig súlyokat függesztünk (1.ábra). Az 5 dkg-os súlyok alul-felül horoggal vannak ellátva, és egymásba akaszthatók. A rugó annyi súllyal terhelhető maximálisan, amennyi egymásba akasztott súly felhelyezését megengedi az állvány magassága.



1.ábra. Mérőállvány rugókkal és ráakasztott súlyokkal

A megnyúlás mérését megkönnyíti két helyzetjelző, amelyek az állványon fel-le csúsztathatók. Ezek közül a magasabban lévő a terheletlen állapothoz rögzítjük oly módon, hogy a helyzetjelző két szemben fekvő jelzővonala és a rugó alsó végére erősített mutató egy vonalba essenek (2.ábra). Amikor a rugóra terheléseket akasztunk, a mutató is lejjebb kerül; ennek megfelelően állítjuk be az alsó helyzetjelzőt (3.ábra). A két helyzetjelző egymástól való távolsága adja az  $x$  megnyúlást, a távolság mérésére mérőszalagot használhatunk.



2.ábra. Terheletlen rugó helyzetének beállítása.



3.ábra. Terhelt rugó helyzetének beállítása.

Az  $F_i$  megnyúlások és az  $x_i$  terhelések összetartozó értékeinek felhasználásával grafikus vagy numerikus módon megszerkeszthetjük a mérési pontokra legjobban illeszkedő egyenest, ezekből pedig adódik a direkciós állandó értéke.

A direkciós állandó meghatározása dinamikus jellemzők mérése útján is lehetséges. A rugó a ráakasztott súllyal együtt egy rezgő rendszerként működhet. Ha a rugóerő a megnyúlással arányos, (kis amplitudójú rezgéseknél ez biztosan így is van), akkor a rezgés harmonikus (Budó, Kísérleti Fizika, 2018 § 2. pont), és a rezgésidő:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\mu}{D}}$$

A pontos számítások azt mutatják, hogy a  $\mu$  tömeg a rugóra függesztett súlyok  $m$  tömegén felül a rugó effektív tömegét is tartalmazza:  $m_{eff} \sim \frac{m}{3}$ .

Ha a rezgésidő mérését különböző tömegű súlyokkal végezzük el, akkor egyrészt képet kapunk arról, hogy a megnyúlás és a terhelés közötti feltételezett lineáris összefüggés milyen mértékben teljesül, másrészt - ha ez igazolódik - kiszámíthatjuk a direkciós állandót is.

A rezgésidő képletét átalakítva:

$$m = \frac{DT^2}{4\pi^2} - m_{eff}$$

Bevezetve az  $\eta = m$  és  $\xi = \frac{T^2}{4\pi^2}$  változókat:

$$\eta = D\xi - m_{eff}$$

formában adódik az összefüggés. Az  $\eta_i$ ,  $\xi_i$  mérési pontokat diagramon ábrázolva megítélhetjük, érvényes-e az  $F=Dx$  lineáris kapcsolat, ugyanis, ha  $\eta$  és  $\xi$  összefüggése lineárisnak bizonyul, ez a  $D$  állandóságát, azaz a terheléstől való függetlenségét jelenti.

#### MÉRÉSI FELADATOK

1. Mérjük meg a megnyúlás és a sztatikus terhelés közötti összefüggést az állványon lévő mindkét rugó esetében! Ábrázoljuk diagramon, és határozzuk meg  $D$  legjobb értékét görbeillesztéssel!

2. Mérjük meg a rezgésidőnek a terhelési tömegtől való függését ugyanazon rugókra! 10 rezgés idejét mérjük le 3-szor. Ebből számítsuk ki a rezgésidőt. Ábrázoljuk diagramon az  $\eta$ - $\xi$  függvényt és határozzuk meg  $D$  legjobb értékét görbeillesztéssel!

3. Határozzuk meg  $D$  értékének a bizonytalanságát grafikusán mindkét mérés esetében téglalap módszerrel!