2.3. MIKRORÉSZEK IMPULZUSMOMENTUMA

Részecskék perdülete (imp. momentum)

- **jellegzetes kvantumtulajdonságok**
- **fontos szerep**

***[A tárgyalásnál kihasználjuk:
impulzus momentum. ↔ mágneses mom.
egyértelmű kapcsolata]***

1. A H-atom Bohr-féle elmélete

(Kérdések a H atom modelljével kapcs.:

- **Miért nem sugároznak az atomok folytonosan?**
- **Miért nem esnek bele az el. a magba?**
- **Miért ~ konstans az atomsugár?**

[NIELS BOHR (1885-1967), H-atom 1913, Nobel-díj 1922]

Alapgondolat: bolygómodell + posztulátum
(követelmény, kívánalom szerinti korlát.)

Posztulátumok:

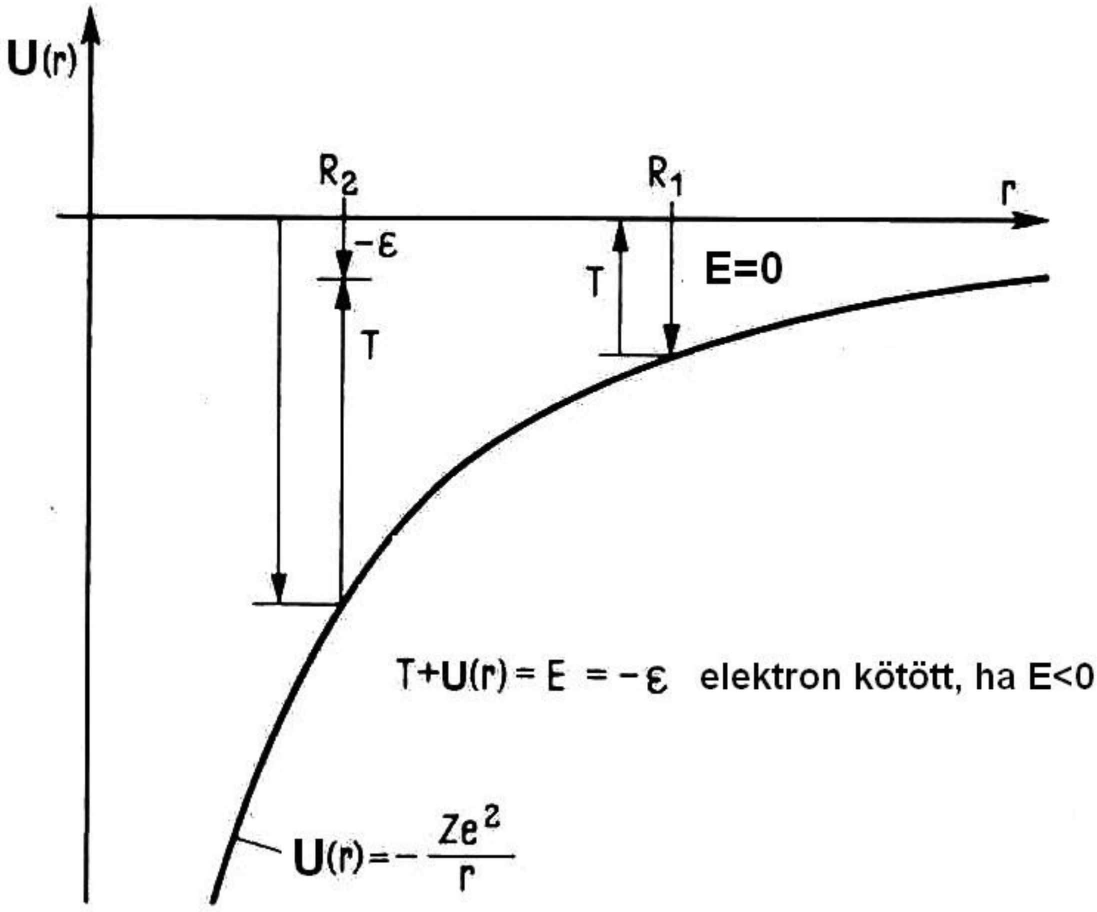
- **perdület csak** $l = p \cdot r = n \cdot \hbar$ **lehet**
- **ilyen pályákon nincsen sugárzás**
- **minden pályának meghatározott energiaszint felel meg**
- **fénysug.: en. szintek közötti átmenet**

Ok: ismeretlen → jó eredményre vezet

$$h \cdot \nu = \hbar \cdot \omega = E_m - E_n$$

Ez a fontos adat. Cél: energiaszintek meghatározása

Energiaviszonyok Coulomb-potenciálban:



$$\underline{F} = \nabla U(r) = -\frac{Z \cdot e^2}{r^3} \cdot \underline{r}_0$$

$$\Rightarrow \frac{Z \cdot e^2}{r^2} = \frac{m_0 \cdot v^2}{r} = \frac{p \cdot v}{r} \Rightarrow * \frac{r^2}{v}$$

$$\frac{Z \cdot e^2}{v} = p \cdot r = n \cdot \hbar \Rightarrow v = \frac{Z \cdot e^2}{n \cdot \hbar}$$

$$r = \frac{n \cdot \hbar}{m_0 \cdot v} = \frac{n^2 \cdot \hbar^2}{m_0 \cdot Z \cdot e^2}$$

Ezekkel az energianívók:

$$E_n = T + U = \frac{1}{2}\cdot m_0 \cdot v^2 - \frac{Z\cdot e^2}{r} = \frac{m_0\cdot Z^2\cdot e^4}{2\cdot n^2\cdot \hbar^2} - \frac{Z^2\cdot e^4\cdot m_0}{n^2\cdot \hbar^2} =$$

$$= -\frac{m_0\cdot Z^2\cdot e^4}{2\cdot \hbar^2}\cdot\frac{1}{\cdot n^2}$$

$$\Rightarrow h\cdot \nu = E_n - E_m = \frac{m_0\cdot Z^2\cdot e^4}{2\cdot \hbar^2}\cdot\left(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2}\right); n \geq m+1$$

Ha m_0 helyett a μ redukált tömeget írjuk:

$$\mu = \frac{m_0\cdot m_p}{m_0 + m_p}$$ $\longrightarrow$ **kiváló egyezés**

Ionizációs energia: E = -13.6·Z^2 eV *(n=1, ∝)*

Kritika:

- ***Honnan származnak a posztulátumok?***
- ***a folyamat teljesen megmagyarázatlan***
- ***már He-nál is rossz eredményeket ad***

Kiterjesztés ⟶ nehéz

A Bohr-féle elmélet

- **Fontos összefüggést helyesen ír le: az impulzus momentum kvantált**
- **az energiaszintek ténylegesen léteznek**
- **az el.pálya meghatározása lényegtelen; *kvantumelméletben*: értelmetlen**

Atom kiterjedését → határozatlansági reláció határozza meg

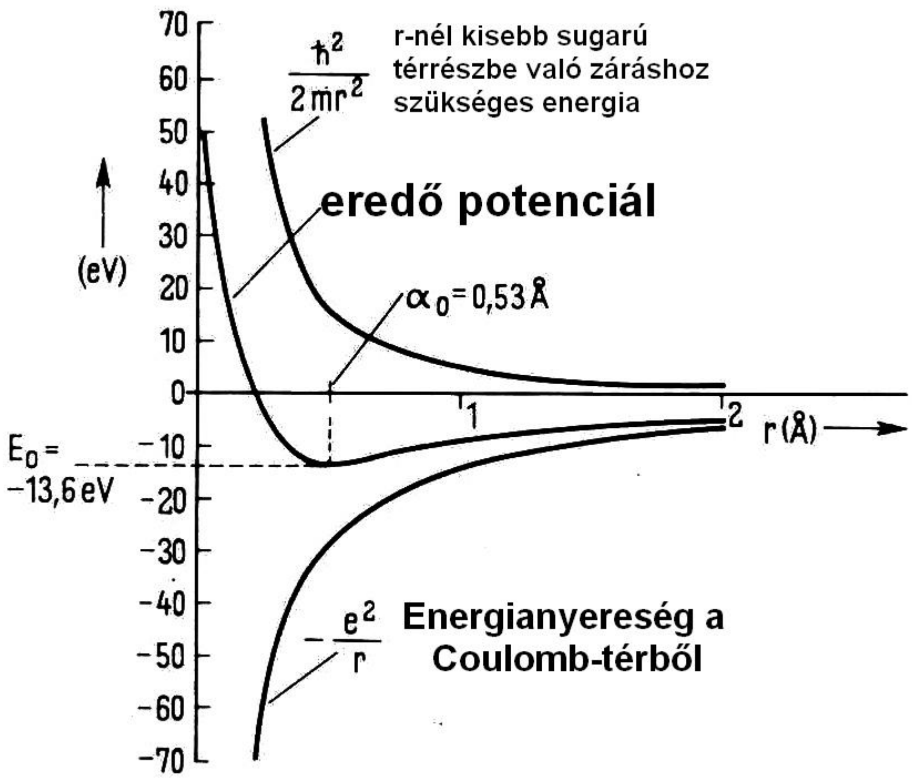
- **elektron lokalizációja Δr pontosságú**
- **elektron impulzusa Δp pontosságú**

Δr és Δp pontos értéke → definíció kérdése

$$\Delta p \cdot \Delta r \geq \frac{\hbar}{2}; \Delta p \sim \frac{p}{2}; \Delta r \sim r \Rightarrow p \cdot r \approx \hbar$$

$$E = T + U = \frac{p^2}{2 \cdot m_0} - \frac{e^2}{r} \Rightarrow E = \frac{\hbar^2}{2 \cdot m_0 \cdot r^2} - \frac{e^2}{r}$$

→ Az elektron mozgási energiája → nem 0.



Atom kiterjedése helyesen adódik → határozatlansági reláció objektív törvény

Az eredmény: *pályafogalom nélkül!*

2. Atomnyalábok mágneses analízise

Impulzusmomentumhoz mágneses momentum tartozik → kihasználjuk (Klasszikusan:

$$I = \frac{-e \cdot v}{2 \cdot \pi \cdot r}; A = \pi \cdot r^2; \underline{J} = \underline{r} x \underline{p}$$

$$\underline{\mu} = \frac{I}{c} \cdot \underline{A} = \left(\frac{-e \cdot v}{2 \cdot \pi \cdot r}\right) \cdot \frac{\pi \cdot r^2}{c} = -\frac{e}{2 \cdot m \cdot c} \cdot \underline{J}$$

lényeg → $\underline{\mu} \sim \underline{J}$)

$\underline{\mu}$ mágneses momentum $\underline{B}$ térben:

$E_{mágn.} = - \underline{\mu} \cdot \underline{B} = -\mu_z \cdot B$ (ha z $\underline{B}$ irányában)

→ az atomok mágneses analízise az atomok impulzusmomentumát vizsgálja

Stern–Gerlach kísérlet (1922)

[Otto Stern (1888-1969), Nobel-d. 1943 Walter Gerlach (1889-1979)]

Alapgondolat: Bohr-posztulátum sikere → az impulzusmomentum kvantált → kijelölt irányhoz képest nem állhat be csak meghatározott módon → kísérlet erre

Cél: μ_z meghatározása

Kísérlet lényege: inhomogén mágneses térben a dipólmomentumra erő hat → az atomnyaláb eltérül, ezt kell mérni

Nyaláb seb. v és B(0,0,B_z) tér merőlegesek:

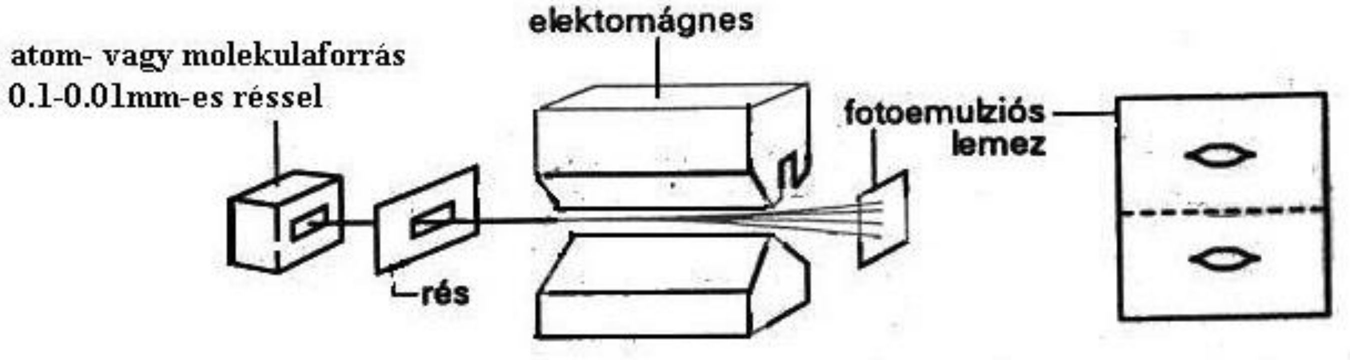
$$\underline{F} = \mu_z \cdot \nabla \underline{B}$$

$$a_\perp = \frac{\mu_z \cdot |\nabla B_z|}{m}$$

***l* → repülési távolság, *Θ* → eltérülés szöge**

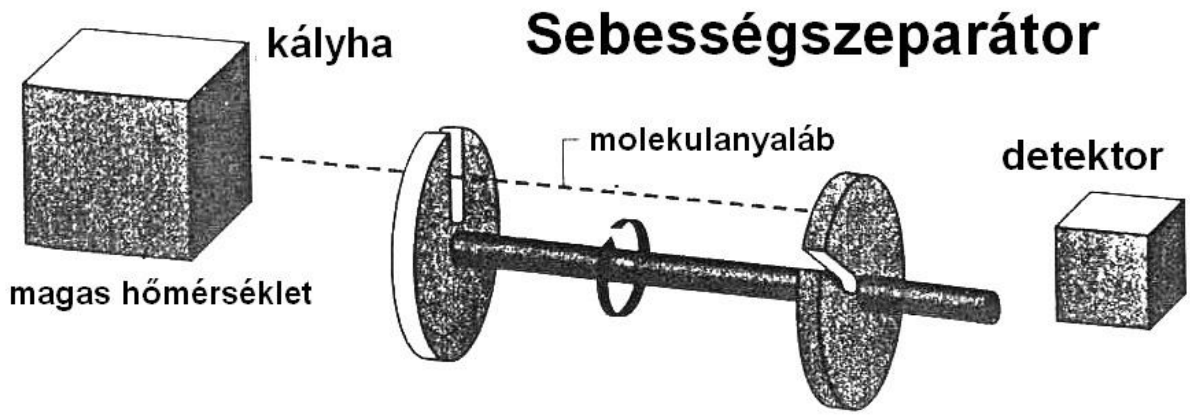
$$v_\perp = t \cdot a_\perp = \frac{l}{v} \cdot \frac{\mu_z \cdot |\nabla B_z|}{m} \Rightarrow \Theta \approx \frac{v_\perp}{v} = \frac{\mu_z \cdot |\nabla B_z| \cdot l}{m \cdot v^2}$$

Kísérlet vázlata:



Első kísérlet: Ag → két csoport

Javítás: monoenergiás atomnyaláb



Eredmények:
- **monoenergiás nyalábnál → kevésszámú csoport**
- **a komponensek távolsága → egyenlő és szimmetrikus a középvonalra**
- **a csoportok intenzitása egyenlő**

Példák:

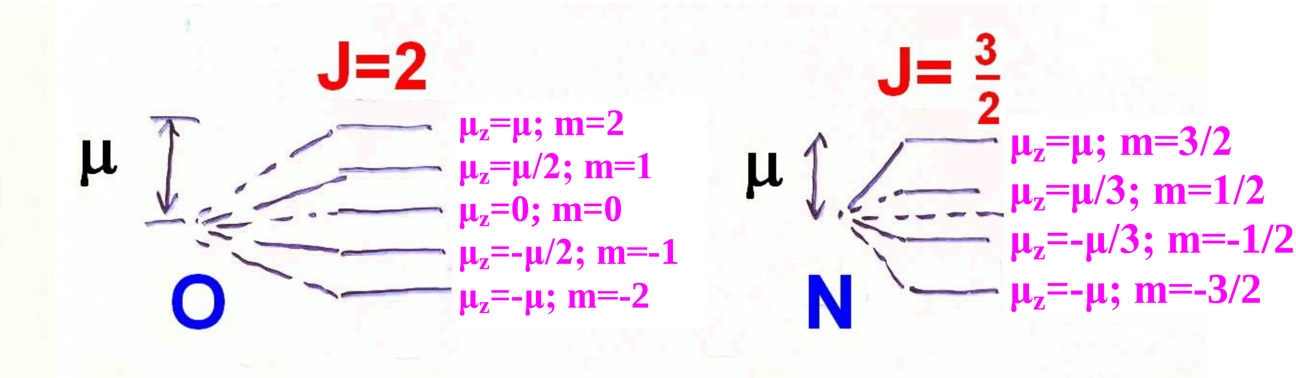
He → nem térül el
H, Ag → két komponens
N → négy komponens
O → öt komponens
n → két komponens, kicsi eltérüléssel

Komponensek száma: ha a 3. komponens $j \cdot \hbar$ → szimmetria okok miatt → *(2j+1)* komponens

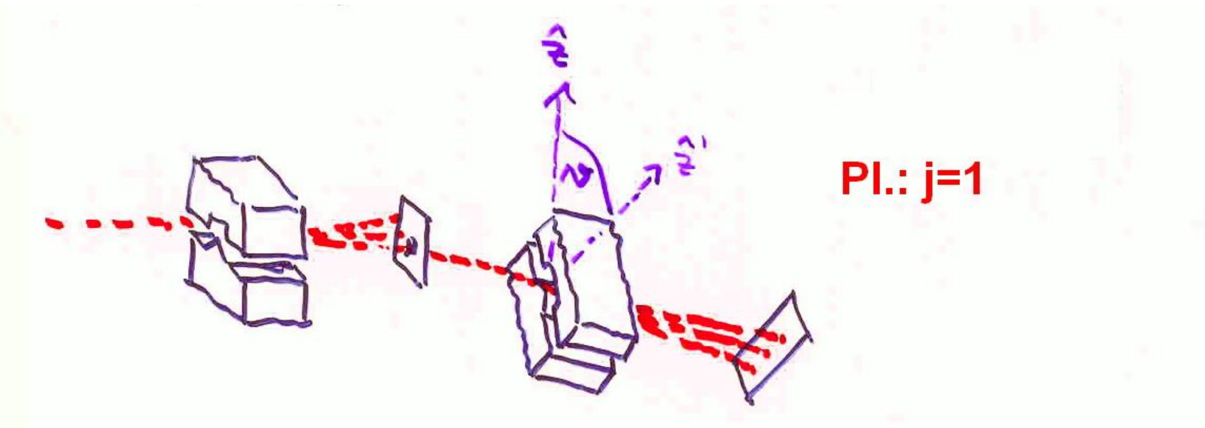
A kísérletekből levonható következtetések:

- **a perdület vetülete diszkrét értéket vesz fel egy-egy komponensben**
  - **μ_z ugyanaz → az energia u.az,** ***$E_z = -\mu_z \cdot B$ szerint csoportokba rendeződnek az atomok***
  - **újabb, párhuzamos terű mágnessel analizálva a csoport nem bomlik szét →** ***μ_z és E_z sajátállapot, μ_z és E_z sajátértékekkel***
- **komp. száma: J beállási lehetőségei**
  - **$2 \cdot j+1$ lehetőség** ***(szimmetria okok miatt)***
  - **komponensek sorszáma m → $-j \leq m \leq j$, mágneses kvantumszám** ***(neve ezért)***
  - **j és m számok jellemzik a jelenség kvantumjellegét; j és m egész, vagy feles lehet →** ***páros vagy páratlan számú komponens***
  - **μ_z legnagyobb értéke → μ mágneses momentum → a szintkülönbségeket μ/j jellemzi és ($j \neq 0$-nál) $\mu_z = \mu \cdot (m/j)$**

Példák:



Egy-egy komponens újabb analízise



[Fontos: egyik mágnesből a másikba való átmenet az atomon belüli áramok válaszához képest legyen gyors → ***megvalósítható]***

Eredmények (egy komponens újabb analízisénél):

- **párhuzamos mágnessel nincs felbomlás**
- **nem párhuzamos mágnesnél**
  - **u. a., (2·j+1) komponens, mint előbb**
  - **minden komponens meghatározása: elvileg több Stern-Gerlach mágnes egymás után → a csoportokra bomlás miatt sikertelen → L_x, L_y, L_z mind nem határozható meg pontosan → *inkompatibilis típusú analízis***

(kivétel: 0, 0, 0)

  - **intenzitások υ-tól függenek**
  - **intenzitásszabály: függ j értékétől**
- **μ várható értéke: meghatározható és független a koordinátarendszer választásától**
- **az impulzusmomentum négyzete: meghatározható és független a koordinátarendszer választásától**

A mágneses momentum nagysága

Pl. a Stern-Gerlach kísérletből meghatározható

[Klasszikusan: $\underline{\mu} = -\frac{e}{2 \cdot m \cdot c} \cdot \underline{J}$]

$$\underline{\mu} = \pm g \cdot \mu_M \cdot \frac{\underline{J}}{\hbar}$$

$$\mu_M = \frac{e \cdot \hbar}{2 \cdot m \cdot c}$$

+ → pozitív töltés
– → negatív töltés

Bohr-magneton: $\frac{e \cdot \hbar}{2 \cdot m_{el.} \cdot c} = 0.579 \cdot 10^{-4} \frac{eV}{T}$

Mag-magneton: $\frac{e \cdot \hbar}{2 \cdot m_p \cdot c} = 3.152 \cdot 10^{-8} \frac{eV}{T}$

g → giromágneses faktor: a tényleges momentum és a kvantumszámszor vett magneton aránya (j kvantumszám!)

$$g = \frac{\mu}{\mu_M \cdot j}$$

- **elektron pályamomentumára: $g_l = 1$**
- ***meghatározása a különböző részecskékre → fontos kísérleti feladat***

3. Az elektron sajátperdülete (spinje)

- **Stern-Gerlach kísérlet → H-en két komponens: *miért?***
- **sok más spektroszkópiai tény *(pl. finomszerkezet tanulmányozása)***

→ Elektron sajátperdülettel (spinnel) is rendelkezik

$$|s_z| = \frac{1}{2}\cdot\hbar; m_z = \pm\frac{1}{2}; \mathbf{m_z =} \begin{cases} \mathbf{+1/2} \\ \mathbf{-1/2} \end{cases}$$

A hozzátartozó mágneses momentum:

Értéke: $\frac{e\cdot\hbar}{2\cdot m_e\cdot c}$**, spin 1/2 → g=2**

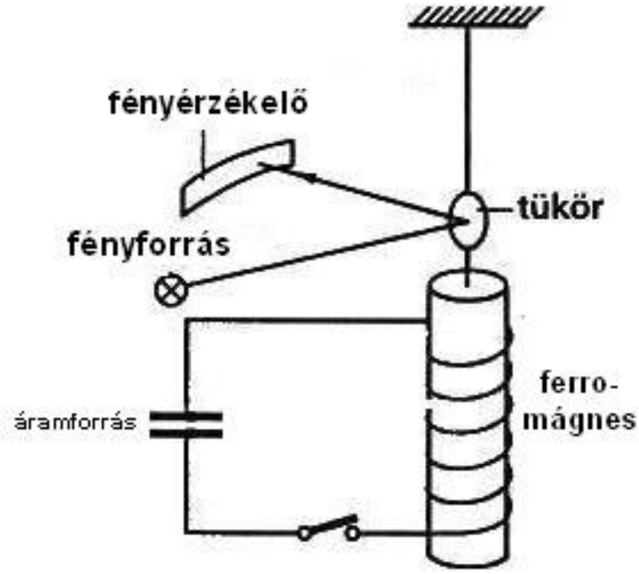
Az elektron saját tulajdonságáról van szó

→ minden próbálkozás sikertelen volt, amely klasszikus analógia alapján próbált magyarázni

Einstein – de Haas kísérlet

[Wander Johannes de Haas (1878-1960)]

Alapgondolat: elektron mágneses momentumának átfordítása impulzus momentum változással jár



áramirány-fordítás → imp. mom. vált.

Mérendő:

$$\eta = \frac{\Delta mágnesesmom}{\Delta impulzusmom}$$

Eredmény:

$$\eta = \frac{2 \cdot M}{2 \cdot I} = \frac{e}{m_e \cdot c}$$

$$\frac{2 \cdot M}{2 \cdot I} = \frac{N_e \cdot g \cdot \mu_M \cdot \frac{1}{2}}{N_e \cdot \frac{1}{2} \cdot \hbar} = \frac{g \cdot \frac{e \cdot \hbar}{2 \cdot m_e \cdot c}}{\hbar} = \frac{g \cdot e}{2 \cdot m_e \cdot c}$$

→ a kísérletből:

$$\frac{2 \cdot M}{2 \cdot I} = \frac{e}{m_e \cdot c} = \frac{g \cdot e}{2 \cdot m_e \cdot c}$$

Innen *(a mérési pontosságon belül)* → g=2

4. Mikrorészecskék impulzusmomentuma

- **Zárt mikrorendszerek impulzusmomentuma kvantumtulajdonságokat mutat**
- $\hbar$ **egész számú, vagy** $\frac{\hbar}{2}$ **páratlan számú többszöröse lehet**

Bozonok – fermionok

$\left|\underline{J}\right|^2 = j\cdot(j+1)\cdot\hbar^2$ **→ *m_z* → *2j+1* értéke lehet**

- **saját perdület → a részecskék tulajdonsága**

Pl.: elektron, proton, neutron → $\frac{1}{2}\cdot\hbar$
α részecske (^4He mag): 0
(gerjesztett magoknál lehet $\sim 80\hbar$ **is)**