

## Differenciálegyenletek II

### Javító házi feladat

Keressük meg a 2 dimenziós Laplace egyenlet  $u(x, y)$  megoldását az  $(x, y)$  sík egységnyi sugarú körlapjának jobb felső negyedében! Tehát a tartomány, ahol az  $u(x, y)$  függvény értelmezve van egy egységnyi sugarú negyed körcikkely, mely az  $x > 0, y > 0$  síknegyedben van. A megoldást az alábbi peremfeltételek mellett keressük  $(r, \phi)$  a szokásos polár-koordinátarendszerben értendő):

$$\bullet u(r = 1, \phi) = \frac{\sin \frac{\phi}{4}}{\sin \frac{\phi}{8}} + \sin \frac{\phi}{2} + \cos \frac{\phi}{2} \quad \text{ha } 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\bullet u(r, \phi = 0) = \sqrt{r} \quad \text{ha } 0 \leq r \leq 1$$

$$\bullet u(r, \phi = \frac{\pi}{2}) = r^{1/4} + \sqrt{2r} \quad \text{ha } 0 \leq r \leq 1$$

Segítség:

- Használjuk fel, hogy az egyenlet lineáris  $u$ -ban!
- Használjuk a változók szeparálásának módszerét egy alkalmas koordinátarendszerben!
- A megoldás megtalálásához szükséges minden integrál elvégezhető elemi függvények segítségével.