

Kalkulus gyakorlat
Fizika BSc I/2 (emelt szint), 1. feladatsor

1. Számítsuk ki az alábbi racionális törtfüggvények primitív függvényeit!

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \int \frac{1}{x+3} dx & \text{b)} \quad & \int \frac{1}{(x-3)^4} dx & \text{c)} \quad & \int \frac{3x+6}{5x-1} dx \\ \text{d)} \quad & \int \frac{x-3}{x^2-6x+27} dx & \text{e)} \quad & \int \frac{6x^2-2}{x^3-x+18} dx \\ \text{f)} \quad & \int \frac{1}{x^2+2x+2} dx & \text{g)} \quad & \int \frac{x-1}{x^2-6x+25} dx \\ \text{h)} \quad & \int \frac{1}{2x^2-3x+1} dx & \text{i)} \quad & \int \frac{4x^2+13x-9}{x^3+2x^2-3x} dx \\ \text{j)} \quad & \int \frac{2x-4}{(x+1)^2(x-1)^2} dx & \text{k)} \quad & \int \frac{x^4}{(x-1)(x-2)} dx \\ \text{l)} \quad & \int \frac{2x^2}{x^4-1} dx & \text{m)} \quad & \int \frac{5}{x(x^2+4)} dx \end{aligned}$$

2. Számítsuk ki az alábbi primitív függvényeket helyettesítéssel és parciális integrálás segítségével!

$$\text{a)} \quad \int \sqrt{1-x^2} dx \quad \text{b)} \quad \int \sqrt{1+x^2} dx \quad \text{c)} \quad \int \sqrt{x^2-1} dx$$

3. Számítsuk ki az alábbi primitív függvényeket!

$$\text{a)} \quad \int \frac{1}{\sqrt{6x-x^2-8}} dx \quad \text{b)} \quad \int \frac{1}{\sqrt{x^2+6x+10}} dx \quad \text{c)} \quad \int \frac{1}{\sqrt{x^2+2x}} dx$$

4. Számítsuk ki az alábbi primitív függvényeket!

$$\text{a)} \quad \int \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} dx \quad \text{b)} \quad \int \sqrt{\operatorname{th} x} dx$$

5. Határozzuk meg az alábbi függvények deriváltfüggvényeit!

$$\text{a)} \quad f(x) = \int_0^{x^3} e^t \sin t^2 dt \quad \text{b)} \quad g(x) = \int_{x^2}^{x^3} e^{\sin t} dt$$

6. Van-e primitív függvénye az alábbi függvényeknek?

$$\text{a)} \quad f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x}, & \text{ha } x \neq 0 \\ 0, & \text{ha } x = 0 \end{cases} \quad \text{b)} \quad g(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x}, & \text{ha } x \neq 0 \\ \frac{1}{2}, & \text{ha } x = 0 \end{cases}$$

*7. Számítsuk ki az $\int \sqrt{1-x^2} dx$ integrált az alábbi helyettesítésekkel!

$$\text{a)} \quad x = \frac{1}{\sqrt{1+u^2}} \quad \text{b)} \quad x = \frac{1-y^2}{1+y^2}$$

*8. Adjunk meg olyan függvényt, amelynek van primitív függvénye, de a négyzetének nincs.