

Kalkulus gyakorlat
Fizika BSc I/2 (emelt szint), 2. zh feladatsor

1. Legyen $E: \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $E(t, x, y) = \frac{1}{4\pi t} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{4t}\right)$. Bizonyítsuk be, hogy $\partial_t E = \partial_x^2 E + \partial_y^2 E$!
(5 pont)
2. Keressük meg az $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = x^3 + y^3 - \frac{3}{2}(x^2 + y^2) + 6xy$ függvény szélsőértékeit a $K = [-3, 3] \times [-3, 3]$ halmazon!
(5 pont)
3. Legyen $\gamma: [-1, 1]$, $\gamma(t) = (\sqrt{3}t^2, t^3 - t)$.
 - a) Rajzoljuk fel (vázlatosan) a görbét és számítsuk ki az ívhosszát!
 - b) Számítsuk ki az $\int_{\gamma} f$ vonalintegrált, ha $f(x, y) = ((y+2)^{y+2}, e^{\log x + (y+2)\log(y+2)} + (y+2)^{y+2} \log(y+2)^x)$.
 - c) Számítsuk ki az $\int_{\gamma} f$ vonalintegrált, ha $f(x, y) = (y, 0)$.
(2+3+3 pont)
4. Legyen H a $(0, 0)$, $(2, 1)$, $(1, 2)$ csúcspontok által meghatározott háromszög a síkon. Számítsuk ki az $\int_H f$ integrált, ha $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ a következő alakú:
 - a) $f(x, y) = x - y$
 - b) $f(x, y) = x + y$.
(3+3 pont)
5. Legyen $H := \{0 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x, y \geq 0\}$. Számítsuk ki az $\int_H f$ integrált, ha $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ a következő alakú:
 - a) $f(x, y) = xy(x^2 - y^2)^4$
 - b) $f(x, y) = \arctg(x^3 - y^3)$.
(3+3 pont)

Kalkulus gyakorlat
Fizika BSc I/2 (emelt szint), 2. zh feladatsor

1. Legyen $E: \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $E(t, x, y) = \frac{1}{4\pi t} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{4t}\right)$. Bizonyítsuk be, hogy $\partial_t E = \partial_x^2 E + \partial_y^2 E$!
(5 pont)
2. Keressük meg az $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = x^3 + y^3 - \frac{3}{2}(x^2 + y^2) + 6xy$ függvény szélsőértékeit a $K = [-3, 3] \times [-3, 3]$ halmazon!
(5 pont)
3. Legyen $\gamma: [-1, 1]$, $\gamma(t) = (\sqrt{3}t^2, t^3 - t)$.
 - a) Rajzoljuk fel (vázlatosan) a görbét és számítsuk ki az ívhosszát!
 - b) Számítsuk ki az $\int_{\gamma} f$ vonalintegrált, ha $f(x, y) = ((y+2)^{y+2}, e^{\log x + (y+2)\log(y+2)} + (y+2)^{y+2} \log(y+2)^x)$.
 - c) Számítsuk ki az $\int_{\gamma} f$ vonalintegrált, ha $f(x, y) = (y, 0)$.
(2+3+3 pont)
4. Legyen H a $(0, 0)$, $(2, 1)$, $(1, 2)$ csúcspontok által meghatározott háromszög a síkon. Számítsuk ki az $\int_H f$ integrált, ha $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ a következő alakú:
 - a) $f(x, y) = x - y$
 - b) $f(x, y) = x + y$.
(3+3 pont)
5. Legyen $H := \{0 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x, y \geq 0\}$. Számítsuk ki az $\int_H f$ integrált, ha $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ a következő alakú:
 - a) $f(x, y) = xy(x^2 - y^2)^4$
 - b) $f(x, y) = \arctg(x^3 - y^3)$.
(3+3 pont)